

5 Комбинаторика-1

Задача 5.1. Пусть множество X содержит n элементов. Рассмотрим последовательности подмножеств T_1, T_2, \dots, T_k , содержащие k членов. Требуется определить, сколько существует различных последовательностей T_1, T_2, \dots, T_k таких, что $T_1 \cap T_2 \cap \dots \cap T_k = \emptyset$.

Задача 5.2. Найти число упорядоченных разложения числа n на слагаемые, превосходящие 1.

Задача 5.3. Определить число упорядоченных разложений числа n на нечётные слагаемые.

Задача 5.4. Пусть задан алфавит из a букв, $\{b_1, b_2, \dots, b_a\}$. Рассматриваются только монотонные слова, то есть слова, в которых буквы b_i всегда идут до b_j , если $i < j$.

Пусть, например, задан алфавит из трёх букв $\{b_1, b_2, b_3\}$. Тогда, например, слова

- b_1
- $b_1b_1b_2$
- $b_2b_2b_3b_3$

являются монотонными: b_1 всегда идёт до b_2 , а b_2 всегда до b_3 . В то время как

- $b_2b_1b_2$
- b_2b_1
- $b_3b_2b_1$

монотонными не являются. В первом и втором словах b_2 встречается до b_1 . В третьем - b_2 тоже до b_1 и, кроме того, b_3 до b_2 .

Нужно найти число монотонных слов.

Задача 5.5. 20 человек голосуют по 5 предложениям. Сколькими способами могут распределиться голоса, если каждый голосует только за одно предложение, и учитывается лишь количество голосов, поданных за каждое предложение?

Задача 5.6. В розыгрыше Спортлото выпадает 6 чисел из 49.

1. Сколько всего существует, чтобы выбрать 6 номеров из 49?
2. Сколько карточек угадает 6 номеров?

3. Сколько карточек угадает 5 номеров?
4. Сколько карточек угадает 4 номера?
5. Сколько карточек угадает 3 номера?

Задача 5.7. В игре Нарды 24 поля и 30 шашек — по 15 каждого цвета. Каждое поле может быть занято только шашками одного цвета. Сколько различных расстановок может быть?

Задача 5.8. Сколько существует семизначных чисел, в десятичной записи которых могут встречаться только цифры 1,2,3,4 чтобы каждая следующая цифра была больше предыдущей?

Задача 5.9. В коробке лежит 27 белых, 33 красных, 48 синих, 14 коричневых и 28 зелёных шаров. Сколько нужно вынуть из коробки шаров, чтобы среди них обязательно оказалось 10 шаров одного цвета?

Задача 5.10. Дана таблица 10×10 , в которой расставлены целые числа, причём числа в соседних клетках отличаются не более, чем на 5. Докажите, что среди чисел в таблице хотя бы два числа одинаковы.